

東南部アフリカ諸国における数学学力と 言語的な側面の関連性について —読解力に焦点を当てた SACMEQ II・IIIの二次分析から—

渡 邊 耕 二

(宮崎国際大学教育学部)

1. はじめに

読解力といった言語的な側面が数学学力を規定する要因の一つに挙げられることは、珍しくない (e.g., Barton & Barton 2005; Barwell et al. 2007; Debbie & Joanne 2013; Jamal & Carol 2001; Johan et al. 2012)。それは第二言語で数学を学ぶなど、言語的な側面によって数学の学習に何らかの不都合が生じるためである。

日本の数学教育研究では、言語的な側面に目が向けられることは少ないが、開発途上国 (以下、途上国) に関する研究をみると、低い数学学力の背景に、正しく問題文を理解できないといった読解力の乏しさがしばしば指摘される (馬場 2008)。例えば内田 (2011) は、ザンビア共和国 (以下、ザンビア) 国内の学力調査で文章問題の正答率がそうでない問題と比べて特に低い実態を踏まえ、生徒が数学の文章問題に取り組む際に、どのような言語的な困難を抱えているのかをニューマン法を用いて詳しく調べている。また濫谷 (2008) は、ザンビアの生徒にヴィットマンが開発した本質的学習環境を実施したが、その効果が薄い場合には、教授言語である英語の理解の程度に依る部分が大きいと述べている。このように途上国の数学教育研究において、数学的な側面だけでなく、その周辺として読解力や教授言語を視野に入れる意義は、決して小さくない。

他方で近年では、教育施策に対する説明責任の概念が普及し、そのモニタリング評価が国内外で盛んに行われている。アフリカ地域に目を向ければ、東南部アフリカ諸国連合 (Southern and Eastern Consortium for Monitoring Educational Quality: 以下、SACMEQ) が国際比較を意図する学力調査を実施している。なおこれまで3回の調査結果が公表されており、本稿では、第1回から順に SACMEQ I、SACMEQ II および SACMEQ III と呼ぶことにする。

SACMEQ II の数学の調査結果に対して、内田 (2009) は、上位層と下位層の国に大きな学力格差が存在し、特にザンビアやマラウイといった最下位層にある国では、その低さのみが強調されてしまい、それらの国の特徴を捉えることが難しいと述べている。また馬場・内田 (2008) は、SACMEQ だけでなく、国際教育到達度調査学会 (International Association for the Evaluation of Educational Achievement: 以下、IEA) が2003年に行った国際数学・理科教育動向調査 (Trend in International Mathematics and Science Study: 以下、TIMSS) のガーナの調査結果を取り上げ、途上国の低い学力水準のみが強調されてしまう国際的な学力調査の意義について考察している。しかしながらこれらの見解は、調査の実施機関が公刊する報告書に示された数値を単純に比較し、読み解く方法を主としている。

SACMEQ では、収集されたデータを公開しており、必要な手続きを踏めば、誰でも生データ (raw data) を入手できる体制が整えられている。また TIMSS においては、IEA のウェブサイトから直接データをダウンロードできる。このように、生データを分析対象とする考察が行えるにも拘らず、わが国の途上国の数学教育研究では、それらを活用した多面的な検証は行われていないのである。

そこで本稿では、数学学力の周辺として読解力や教授言語の使用率を具体的な言語的な側面と位置付け、東南部アフリカ諸国における数学学力とそれらの関連性を SACMEQ の生データから始まる分析を通じて検討する。なお本稿では、数学学力と読解力を SACMEQ で測定された尺度として規定する。

2. 研究方法

2.1. 使用データとデータ処理

SACMEQ I では、数学に関する調査は実施されておらず、読解力のみが調査の対象であった。しかし SACMEQ II と SACMEQ III では、読解力に加えて数学の調査も行われた。これを踏まえ本分析では、SACMEQ II と SACMEQ III のデータを使用する。SACMEQ II と SACMEQ III の参加国は、ボツワナ、ケニア、レソト、マラウイ、モーリシャス、モザンビーク、ナミビア、セイシェル、南アフリカ、スワジランド、タンザニア本土 (以下、タンザニア)、ウガンダ、ザンビア、タンザニア・ザンジバル島 (以下、ザンジバル) の 14 カ国・地域 (以下、便宜上 14 カ国と表記) である。

数学と読解力の調査の出題項目は、IEA が行う TIMSS や国際読解力調査 (Progress in International Reading Literacy Study: 以下、PIRLS) の枠組みと類似する形で作成され、「認識レベル」と「内容」の 2 点から特徴付けられている。なお数学

においては、知識、簡単な手順、問題解決、複雑な手順という認識レベルが設定されている。数学と読解力の出題項目の解答様式は、4 つの選択肢の中から正答を選ぶという選択肢形式が採用されている。特に SACMEQ II では、各項目の正答となる選択肢のコードが公開されており、これを利用すれば、各選択肢の選択率や無回答率を調べることができる。しかし本分析では、個々の項目の詳細な分析ではなく、数学学力の全体像を読解力といった視点から国際比較を通じて浮かび上がらず。そのため誤答の内実は区別せず、正答を 1、誤答および無回答を 0 とする 2 値データを作成した。なお SACMEQ III については、各項目の正答の選択肢といったコードは公開されていない (2014 年 4 月現在)。このため、各項目が持つ情報を用いる分析は行えないが、テスト得点といった公開されている指標を用いることは可能である。

SACMEQ II と SAMEQ III の数学と読解力に参加した 14 カ国の受験者は、それぞれ 41352 名と 58295 名である。しかし本分析では、数学と読解力をともに受験し、テストで使用されたその国の主要な教授言語の家での使用 (以下、教授言語の使用率) に関する質問紙調査および性別について完全回答を持つ受験者に限定した。その結果 SACMEQ II では、4 名の性別が判断できなかったため、その受験者を含めない 41348 名を分析対象とし、SACMEQ III では、全受験者 58295 名のデータを扱っていく。

2.2. 分析の流れ

まず、SACMEQ II と SACMEQ III における数学と読解力のテスト得点の分布を確認する。SACMEQ II に関しては、処理を施したデータセットに対して、SACMEQ で採用されている項目反応理論で定義されるラッシュモデル⁽¹⁾を用いて算出する。SACMEQ III については、公開されたデータに含まれるテスト

得点の変数を使用する。

次に、読解力や教授言語の使用率といった言語的な側面が数学学力とどの程度関連するかを国際比較する。本分析で扱うデータは、全ての受験者が 14 カ国のどれかに属するという入れ子構造となっている。この特徴を活かし、国レベルと生徒レベルの 2 つの階層に着目し、階層線形モデルを用いた分析を行う。具体的には、数学のテスト得点を目的変数とし、読解力のそれを説明変数の一つに持つモデルを構成する。ここまですべてを通じて、経年変化を捉えることも含めて検討していく。

最後に、テスト得点に注目するだけでなく、テストを構成する出題項目にも目を向け、各国の数学における解答パターン⁽²⁾を国際比較を通じて浮かび上がらせる。その際には、各項目の識別力に注目する。識別力が高い項目は、その項目がテスト全体（テスト得点）で測定する能力特性（trait）を適切に反映し、受験者を区別する項目であり、出題項目の良し悪しの判断に向けて欠かせない指標の一つである（e.g.、豊田 2012；日本テスト学会 2010）。本研究では、識別力の視点から各国の解答パターンを検討する。

3. 分析結果

3.1. SACMEQ II と SACMEQ III における数学学力と読解力の水準の国際比較

SACMEQ II では、作成したデータセットにラッシュモデルを適用してテスト得点を算出する。SACMEQ II では、数学と読解力でそれぞれ 63 項目と 83 項目が使用された。そこでテスト得点を計算する前に、14 カ国における各項目の難易度を確認した。ラッシュモデルには、困難度と呼ばれる各項目の難易度を表わすパラメータが含まれる。そこで数学と読解力で、その最大値と最小値を確かめたところ、それぞれ 1.585 と -1.604 および 1.383 と -1.677 であった。芝(1991)と豊田(2002b)によれば、困難度の絶対値は 4.0 以下が望ましいとされる。この基準を採用すれば、SACMEQ II において、全ての項目を用いてテスト得点をそれぞれ算出できる。

表 3.1 に、SACMEQ II と SACMEQ III における各国の数学と読解力のテスト得点の分布を平均値と標準偏差を用いて提示した。SACMEQ II と SACMEQ III とともに、読解力の平均値が高い国は、数学でも高い値を読み取れる（図 3.1）。また SACMEQ II と SACMEQ III

表 3.1 SACMEQ II と SACMEQ III における数学と読解力のテスト得点の分布

国名	SACMEQ II					SACMEQ III				
	数学		読解力		受験者数	数学		読解力		受験者数
	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差		平均値	標準偏差	平均値	標準偏差	
ボツワナ	0.179	0.838	0.280	0.904	3321	0.145	0.837	0.254	0.975	3865
ケニア	0.697	0.921	0.592	0.943	3296	0.577	0.970	0.372	0.987	4433
レソト	-0.484	0.602	-0.430	0.618	3144	-0.341	0.688	-0.443	0.678	4239
マラウイ	-0.639	0.568	-0.705	0.524	2323	-0.629	0.666	-0.769	0.515	2780
モーリシャス	0.841	1.354	0.391	1.213	2870	1.166	1.419	0.589	1.185	3516
モザンビーク	0.291	0.597	0.092	0.675	3136	-0.237	0.744	-0.329	0.743	3343
ナミビア	-0.577	0.870	-0.422	0.945	4990	-0.337	0.806	-0.085	0.869	6397
セイシェル	0.596	1.105	0.853	1.233	1482	0.446	1.013	0.629	1.214	1479
南アフリカ	-0.180	1.089	-0.133	1.180	3135	-0.112	1.030	-0.131	1.134	9051
スワジランド	0.220	0.687	0.377	0.694	3138	0.355	0.634	0.379	0.635	4028
タンザニア	0.229	0.860	0.438	0.910	2849	0.496	0.879	0.685	0.862	4193
ウガンダ	0.085	1.098	-0.118	0.963	2619	-0.292	0.791	-0.319	0.766	5301
ザンビア	-0.657	0.727	-0.609	0.832	2586	-0.753	0.713	-0.753	0.729	2882
ザンジバル	-0.208	0.647	-0.242	0.723	2459	-0.187	0.697	0.241	0.893	2788
全体	0.000	1.000	0.000	1.000	41348	0.000	1.000	0.000	1.000	58295

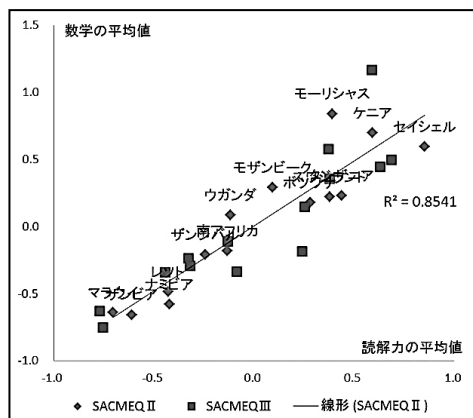
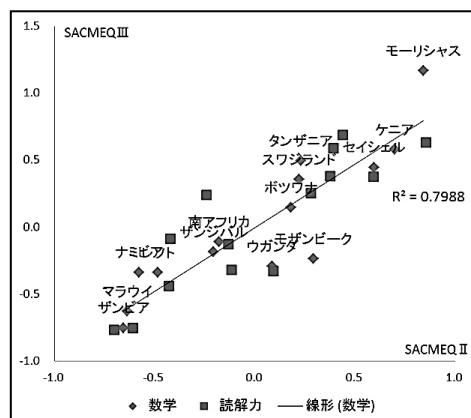


図 3.1 数学と読解力の平均値の散布図

図 3.2 SACMEQ II と SACMEQ III における
平均値の散布図

の間で、目立って平均値が向上あるいは低下する国は確認されない（図 3.2）。なお図 3.1 では SACMEQ II、図 3.2 では数学に関する散布図に対して回帰直線と決定係数および国名のラベルを記した。得られた分析結果から、平均値からみた各国の数学学力と読解力の水準は、SACMEQ II と SACMEQ III とともに正の強い相関関係にあり、極端な経年変化はみられないと判断できるだろう。

3.2. 階層線形モデルによる数学学力と言語的な側面の関連性の国際比較

ここでは、数学学力と読解力や教授言語の使用率との関連性を国際比較していく。教授言語の使用率について、SACMEQ II では「全くない」、「ときどき」および「よく」の3段階、SACMEQ III では、それに「常に」を加えた4段階で調査されている。そこで表 3.2 に、SACMEQ II と SACMEQ III におけるその集計結果を示した。この表をみるとマラウ

表 3.2 教授言語の使用率の集計結果

国名	SACMEQ II			SACMEQ III			
	全くない	ときどき	よく	全くない	ときどき	よく	常に
ボツワナ	25.69%	68.11%	6.20%	20.60%	68.90%	7.66%	2.85%
ケニア	11.71%	76.00%	12.29%	8.71%	75.03%	11.19%	5.08%
レソト	28.18%	51.84%	19.97%	24.20%	60.04%	7.43%	8.33%
マラウイ	58.07%	39.13%	2.80%	46.40%	46.51%	4.86%	2.23%
モーリシャス	36.10%	63.24%	0.66%	29.86%	65.73%	3.30%	1.11%
モザンビーク	6.19%	43.94%	49.87%	7.30%	43.55%	19.62%	29.52%
ナミビア	23.11%	69.20%	7.70%	13.19%	76.41%	7.88%	2.52%
セイシェル	16.67%	79.76%	3.58%	14.74%	74.31%	9.40%	1.56%
南アフリカ	23.83%	62.55%	13.62%	23.62%	62.71%	8.05%	5.61%
スワジランド	36.14%	59.15%	4.72%	23.68%	69.96%	4.72%	1.64%
タンザニア	10.74%	29.20%	60.06%	7.61%	26.88%	13.78%	51.73%
ウガンダ	15.81%	60.67%	23.52%	15.11%	59.93%	12.71%	12.24%
ザンビア	28.23%	64.00%	7.77%	26.44%	64.57%	6.63%	2.36%
ザンジバル	4.07%	7.56%	88.37%	1.22%	6.24%	6.35%	86.19%
全体	23.06%	56.14%	20.80%	18.63%	59.03%	8.91%	13.42%

表 3.3 SACMEQ II おける記述統計量

		生徒レベル				国レベル			
		平均値	標準偏差	最大値	最小値	平均値	標準偏差	最大値	最小値
数学	y	0.000	1.000	5.330	-4.368	0.028	0.500	0.841	-0.657
読解力	x_1	0.000	1.000	4.086	-4.152	0.026	0.477	0.853	-0.705
全くない(ダミー／割合)	x_2	0.231	0.421	1.000	0.000	0.232	0.143	0.581	0.041
ときどき(ダミー／割合)	x_3	0.561	0.496	1.000	0.000	0.553	0.196	0.798	0.076
性別(男子ダミー)	x_4	0.507	0.500	1.000	0.000	0.508	0.043	0.620	0.437

表 3.4 SACMEQ III における記述統計量

		生徒レベル				国レベル			
		平均値	標準偏差	最大値	最小値	平均値	標準偏差	最大値	最小値
数学	y	0.000	1.000	6.086	-5.181	0.021	0.531	1.166	-0.753
読解力	x_1	0.000	1.000	4.482	-4.417	0.023	0.496	0.685	-0.769
全くない(ダミー／割合)	x_2	0.186	0.389	1.000	0.000	0.188	0.116	0.464	0.012
ときどき(ダミー／割合)	x_3	0.590	0.492	1.000	0.000	0.572	0.201	0.764	0.006
性別(男子ダミー)	x_4	0.493	0.500	1.000	0.000	0.495	0.026	0.530	0.435

イでは、約半数がテストで使用された主要な教授言語を家で使用しない結果となっている。また「全くない」の率は、モザンビークを例外として SACMEQ II と SACMEQ III の間でわずかながら低下する傾向を読み取れる。なお主要な教授言語については、タンザニアとザンジバルがスワヒリ語であり、モザンビークではポルトガル語、その他の国は全て英語である。本分析では、SACMEQ II と SACMEQ III で変数を揃えるために「全くない」および「ときどき」をダミー変数として扱うことにする。

階層線形モデルによる分析に向けて、表 3.3 と表 3.4 に、国レベルと生徒レベルにおける本分析で使用する変数とその記述統計量を示した。ただし性別は、男子を 1 をするダミー変数である。

本研究では 3 つのモデルを構成し、各国の特徴を浮かび上がらせる。まず、説明変数を含まないモデル 1 (一般に、ヌルモデルと呼ばれる) を考える。

モデル 1: $y_{ij} = (\gamma_{00} + u_{0j}) + \varepsilon_{ij}$

モデル 1 では、数学のテスト得点 y_{ij} が受験者全体の平均値を表す固定効果 γ_{00} とその国特有のランダム効果 u_{0j} および生徒レベルでの誤差項 ε_{ij} の 3 つから成ると仮定する。

ただし y_{ij} は、 j 国 ($j=1,2,\dots,14$) における i 番目の生徒のテスト得点である。このモデルを通じて、国の違いによってテスト得点の差異がどの程度説明されるのかを検討でき、さらに説明変数を投入したモデルの適合度を評価する基準を設定できる。

次に、モデル 1 で示される国別によるテスト得点の差異に対して、国レベルにおいて言語的な側面がどの程度影響しているかを調べるために、以下のようなモデルを考える。

モデル 2:

$$y_{ij} = (\gamma_{00} + u_{0j}) + \gamma_{01}(x_{1\bullet j} - x_{1\bullet\bullet}) + \gamma_{02}(x_{2\bullet j} - x_{2\bullet\bullet}) + \gamma_{03}(x_{3\bullet j} - x_{3\bullet\bullet}) + \varepsilon_{ij}$$

モデル 2 では、モデル 1 に国レベルにおける読解力および 2 つの教授言語の使用率に関する 3 つの説明変数を投入している。ただし $x_{1\bullet j}$ と $x_{2\bullet j}$ および $x_{3\bullet j}$ は、それぞれ j 国における読解力と 2 つの教授言語の使用率の平均値を表し、 $x_{k\bullet\bullet}$ は $x_{k\bullet j}$ ($k=1,2,3$) の平均値を意味する。このモデルによって、国レベルの変数をその全体平均値に中心化させ、国別における差異を浮かび上がらせる。なおランダム効果は、モデル 1 と同様に u_{0j} のみとなっている。

続いて、モデル 2 に表 3.3 と表 3.4 で示

した4つの説明変数を生徒レベルに投入したモデル3を考える。このモデルでは、生徒レベルの変数 x_{kij} を各国の平均値 $\bar{x}_{k\cdot j}$ に中心化している。

$$y_{ij} = (\gamma_{00} + u_{0j}) + \gamma_{01}(x_{1\cdot j} - \bar{x}_{1\cdot\cdot}) \\ + \gamma_{02}(x_{2\cdot j} - \bar{x}_{2\cdot\cdot}) + \gamma_{03}(x_{3\cdot j} - \bar{x}_{3\cdot\cdot})$$

$$\text{モデル3: } + (\gamma_{10} + u_{1j})(x_{1ij} - \bar{x}_{1\cdot j}) \\ + (\gamma_{20} + u_{2j})(x_{2ij} - \bar{x}_{2\cdot j}) \\ + (\gamma_{30} + u_{3j})(x_{3ij} - \bar{x}_{3\cdot j}) \\ + \gamma_{40}(x_{4ij} - \bar{x}_{4\cdot j}) + \varepsilon_{ij}$$

モデル3では、ランダム効果が u_{0j} だけでなく、読解力と教授言語の使用率に関する3つの変数の回帰係数にそれぞれ u_{1j} と u_{2j} および u_{3j} として導入した。つまりモデル3は、言語的な側面の変数に焦点を当てたランダム切片・係数モデルとなっている。

では、本分析の結果である表3.5をみて

いく。まずSACMEQ IIの結果をみると、モデル1の国別分散と生徒間分散を用いて級内相関係数⁽³⁾を確かめたところ、0.244であった。このことは、41348名の受験者を国別でわずか14グループに分けた場合、全受験者の数学のテスト得点のばらつきが約24.4%説明されることを意味する。つまり、国の違いに着目する階層線形モデルによる分析に一定の妥当性が認められる。次に、モデル1とモデル2における国別分散に目を向けると、モデル2の方がモデル1より目立って小さくなっており、その減少率は約81.12%に及ぶ。モデル1とモデル2の違いは、国レベルにおける読解力と2つの教授言語の使用率の変数が含まれるかどうかであり、3つの変数の投入によって、国別の差異が約8割説明されることを意味する。つまり数学学力の国別の差異に対して、読

表 3.5 階層線形モデルにおける固定効果の分析結果

		モデル1		モデル2		モデル3	
		固定効果	標準誤差	固定効果	標準誤差	固定効果	標準誤差
【SACMEQ II】							
切片	γ_{00}	0.028	0.134	0.028	0.058	0.028	0.059
国レ	読解力 γ_{01}			0.991	0.151 **	0.861	0.114 **
ベル	全くない γ_{02}			0.116	0.484	0.192	0.372
	ときどき γ_{03}			-0.079	0.347	-0.226	0.269
生徒	読解力 γ_{10}					0.638	0.041 **
レベ	全くない γ_{20}					-0.020	0.025
ル	ときどき γ_{30}					0.043	0.018 *
	性別(男子) γ_{40}					0.123	0.006 **
	国別分散	0.249		0.047		0.049	
	生徒間分散	0.770		0.770		0.433	
	AIC	106636		106620		74407	
	BIC	106662		106672		74571	
【SACMEQ III】							
切片	γ_{00}	0.021	0.142	0.021	0.059	0.021	0.064
国レ	読解力 γ_{01}			1.071	0.140 **	0.807	0.095 **
ベル	全くない γ_{02}			1.083	0.634	0.445	0.431
	ときどき γ_{03}			0.254	0.326	0.162	0.220
生徒	読解力 γ_{10}					0.633	0.036 **
レベ	全くない γ_{20}					-0.061	0.021 **
ル	ときどき γ_{30}					-0.005	0.021
	性別(男子) γ_{40}					0.116	0.005 **
	国別分散	0.281		0.048		0.057	
	生徒間分散	0.778		0.778		0.460	
	AIC	150881		150863		108554	
	BIC	150908		150917		108724	

注) *: $p < 0.05$ **: $p < 0.01$

解力と教授言語の使用率という言語的な側面から考察することを支持するものと考え。続いて、生徒レベルの変数を投入したモデル3をみると、モデル2の生徒間分散0.770よりもモデル3の値0.433の方が小さく、その減少率は約43.77%である。これは生徒レベルの変数を投入したことで、生徒レベルのテスト得点のばらつきが約4割説明されると読み取れる。しかしこの値は、国レベルにおける81.12%と比べると半分程度である。これは国別の差異に対して生徒の違い、つまり個人差を説明することがより複雑と考えられる。

では、構成した3つのモデルとデータの適合度を確認する。その当てはまりの良さを示すのが、表3.5にあるAICとBICである。これらは、値が小さいほど適合度が高いモデルとされる。表3.5をみると、モデル3のAICとBICがともに最も小さい。このことから本分析では、3つのモデルのうちモデル3がデータに最も適合していると判断する。

そこでモデル3の分析結果をみると、読解力のみが国レベルと生徒レベルでともに有意となっている。それらの差0.223は、同程度の読解力を持つ生徒を仮定した場合に、国の違いが及ぼす効果の大きさ、つまり文脈効果を意味する。この効果は、生徒レベルにおける読解力の固定効果の半分以下である。そのため国別よりもむしろ生徒レベルにおいて、読解力がより数学学力に正の効果を与える、つまり正方向の関連性が認められるという全体的な傾向が浮かび上がった。

続いてSACMEQ IIIの分析結果に目を移すと、級内相関係数は0.266であり、モデル1とモデル2の国別分散の減少率は82.92%となった。またモデル2とモデル3の生徒間分散の減少率は40.78%であり、モデル3のAICとBICが最も小さくなっている。文脈効果については0.174であるため、

SACMEQ IIと同様に読解力は、生徒レベルでより正方向の関連性を有するといえるだろう。

これまで、SACMEQ IIとSACMEQ IIIにおける固定効果に関する結果をみてきた。しかしモデル3には、説明変数の回帰係数にもランダム効果が含まれている。そこで各国の特徴をさらに検討するために、ランダム効果を含む各国の回帰係数に注目する。表3.5では、読解力のみがSACMEQ IIとSACMEQ IIIともに生徒レベルの固定効果が有意であり、教授言語の使用率に関しては、2つの調査間で有意な変数が異なる結果を得た。そのため本分析では、読解力に焦点を絞って各国の回帰係数を検討する。得られた各国の回帰係数を表3.6に提示した。SACMEQ IIとSACMEQ IIIの間で得られた値を対比させると、極端な変化を有する国を確かめることは難しい。実際その相関係数を計算したところ0.880という高い値を得た。このことからSACMEQ IIとSACMEQ IIIの間で読解力の回帰係数、つまり数学学力に対する正方

表 3.6 各国の読解力の回帰係数

国名	回帰係数	
	SACMEQ II	SACMEQ III
ボツワナ	0.718	0.648
ケニア	0.745	0.741
レソト	0.508	0.502
マラウイ	0.359	0.524
モーリシャス	0.935	0.991
モザンビーク	0.513	0.566
ナミビア	0.708	0.656
セイシェル	0.740	0.686
南アフリカ	0.733	0.715
スワジランド	0.608	0.558
タンザニア	0.625	0.656
ウガンダ	0.759	0.612
ザンビア	0.523	0.530
ザンジバル	0.452	0.470
平均値	0.638	0.633
標準偏差	0.667	0.630
中央値	0.153	0.132
最大値	0.935	0.991
最小値	0.359	0.470
レンジ	0.575	0.521

向の関連性が目立って変化する国は見当たらないと判断できるだろう。

とはいえ関連性の大きさは、各国で同様ではない。例えば、表 3.6 の SACMEQ II の結果をみると、モーリシャスの値 0.935 が最も大きく、逆に小さい値 0.359 を示すのはマラウイである。これらの値は、読解力が 1 標準偏差ほど高い生徒ならば、それぞれ数学の得点が平均的に 0.935 と 0.359 程度高くなることを意味する。特に目的変数である数学のテスト得点の標準偏差が 1.0 であるため、モーリシャスにおける値は決して小さくないと考える。

その一方で表 3.1 を想起すれば、モーリシャスの数学の平均値は 14 カ国の中で最上位であり、逆にマラウイは下位層に位置していた。そこで図 3.3 と図 3.4 に、SACMEQ II と SACMEQ III における各国の回帰係数と数学の平均値の散布図を作成した。なお SACMEQ II と SACMEQ III における相関係数は、それぞれ 0.666 と 0.786 である。ところが図 3.4 においてモーリシャスは、他と比べて突出しているため、モーリシャスを除いて相関係数を算出したところ 0.614 を得た。

このように SACMEQ II と SACMEQ III に関して得られた分析結果を纏めると、各国の読解力の回帰係数と数学の平均値は、つまり各国国内における読解力の数学学力に対す

る正方向の関連性と数学学力の水準は、一定の正の相関関係を有するという国際的な傾向が浮き彫りとなった。

3.3. 識別力に注目した解答パターンの国際比較

3.3.1. クラスタ分析による国際比較

識別力とは、その出題項目がテスト全体で測定する能力特性をどれだけ反映するかを意味し、その項目の測定に対する良し悪しを判断するのに欠かせない指標の一つである。本分析では、日本テスト学会（2010、p. 10）が紹介する算出方法を採用する。その方法は、①各項目の標準偏差を計算する、②各項目でテスト得点との相関係数を求める、③手順①と手順②で得られた値を各項目で掛け合わせる、④各項目の手順③によって得られた値をテスト得点の標準偏差で割る、という過程を踏む。特に手順③で得られた各項目の値を合計すると、テスト得点の標準偏差に一致する。そのため手順④の値は、それぞれの項目が有するテスト得点の標準偏差に対する寄与率になり、それを識別力と規定する方法である。この定義から、もし全ての項目が等しい寄与率を持つならば、数学は 63 問で構成されているため、約 1.59% ($100\% \div 63$ 問) を示すことになる。このように定義される識別力を比較するこ

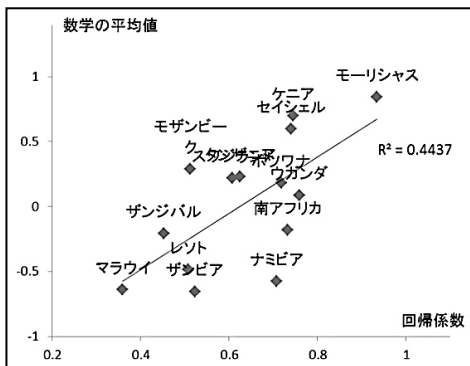


図 3.3 SACMEQ II における各国の読解力の回帰係数と数学の平均値の散布図

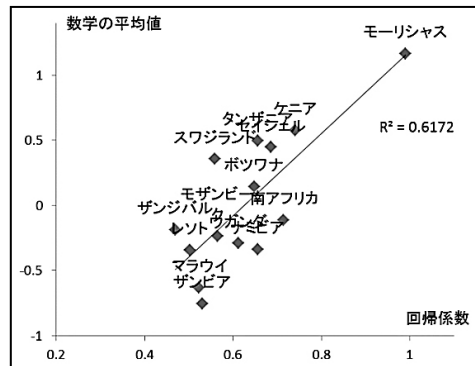


図 3.4 SACMEQ III における各国の読解力の回帰係数と数学の平均値の散布図

とは、その国が有する固有の解答パターンを浮かび上がらせることに他ならない。なおここでは出題項目の情報を用いるため、各項目の情報を含む SACMEQ II のデータセットのみを分析対象とする。

では、それぞれの国における各項目の識別力を算出し、それらを国際比較する。得られる識別力は、数学で 63 項目×14 カ国、読解力で 83 項目×14 カ国の合計 2044 と膨大な数になるため、結果の提示は割愛する。

14 カ国の解答パターンの類似性を調べるために、各国の数学と読解力の各項目の識別力に対して、階層的クラスター分析を行った。数学と読解力における分析結果を図 3.5 と図 3.6 にそれぞれ示した。

得られた分析結果において、数学では 0.08 付近、読解力では 0.05 付近を目安に、14 カ国をいくつかの組に分ける。まず、数学における組分けを次のように定める。ザンビアが含まれるクラスターに属する 4 カ国、具体的にはマラウイ、ナミビア、レソトおよびザンビアを「数学ザンビア組」と規定する。タンザニアを含むクラスターに属する 3 カ国のモザンビーク、ザンジバルおよびタンザニアを「数学タンザニア組」とする。残りの 2 つのクラスターについて

は、「数学ケニア組」をケニア、モーリシャスおよびウガンダとし、「数学南アフリカ組」を残りの国を含む組と定める。続いて読解力においても、ザンビアを含むクラスターの 3 カ国を「読解力ザンビア組」とし、タンザニアを含むクラスターの 3 カ国を「読解力タンザニア組」とする。最後にその他の国から成る組を「読解力ケニア組」と呼ぶことにする。

このように数学では 4 つの組、読解力では 3 つの組に分けると、タンザニア組は同じ 3 カ国となっており、ザンビア組ではナミビアが例外となるものの、ほぼ同じ国で構成されている。数学および読解力ともにタンザニア組は、組内での距離が比較的に大きいため、組内での類似性は他の組ほどは大きくないと思われる。他方でザンビア組は、数学と読解力ともに他の組との距離が大きいことが分かる。そのためこの組は、他の組と比べて特異な解答パターンを持つと同時に組内では類似するという特徴を把握できる。

そこで表 3.1 を眺めると、数学と読解力におけるザンビア組は、テスト得点の平均値が下位層に位置している。またタンザニア組では、スワヒリ語とポルトガル語によっ

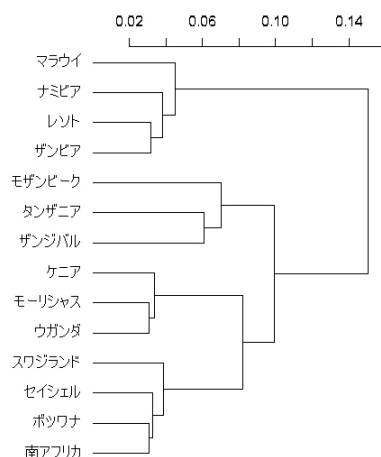


図 3.5 クラスター分析の結果（数学）

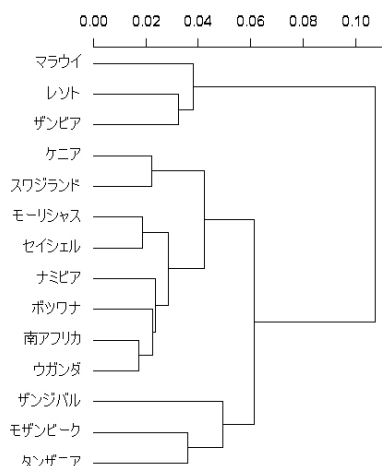


図 3.6 クラスター分析の結果（読解力）

て調査が行われ、英語でない言語が使用されたという調査上の特徴がある。これを踏まえると、テスト得点が下位層にある国および調査で使用された言語が英語でない国では、数学と読解力のそれぞれにおいて解答パターンが類似することが浮かび上がった。

3.3.2 出題項目の難易度からみた識別力の国際比較

クラスター分析の結果から、数学と読解力における解答パターンは、それらの水準と調査で使用された言語が英語でない国でそれぞれ類似するという国際的な傾向が浮

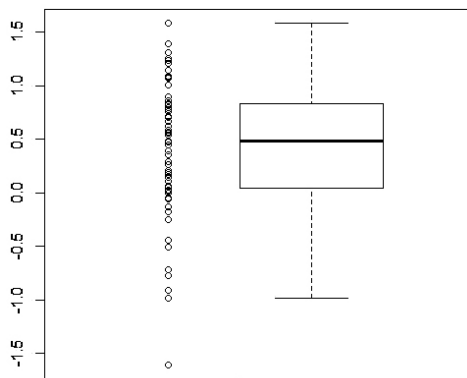


図 3.7 数学（63 項目）の困難度の分布

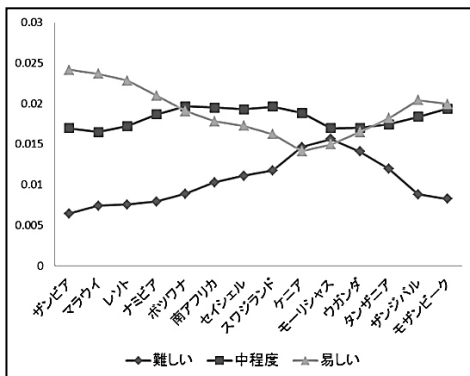


図 3.8 数学における難易度の段階別の識別力

かび上がった。ここでは、出題項目の難易度と照らし合わせながら、各国の数学の解答パターンを調べていく。

本分析では、各項目の難易度をラッシュモデルに含まれるパラメータの困難度によって規定する。数学のテストは、63 項目で構成されていた。全受験者を対象として得られた困難度の分布を図 3.7 に提示する。すでに述べたが、最大値と最小値はそれぞれ 1.585 よー 1.605 であり、中央値と平均値はそれぞれ 0.481 と 0.414 である。

では、63 項目を困難度の高い順に均等三分割し、出題項目の難易度について 3 つの段階を設け、14 カ国の識別力を検討していく。もし 3 つの段階における識別力が各国で同程度であるならば、それらは近い値を示すはずである。その分析結果として図 3.8 に、各国の 3 つの段階における識別力の平均値を折れ線グラフで示した。なおこの図では、左からザンビア組、南アフリカ組、ケニア組およびタンザニア組と並べ、各組内で難易度が高い項目群（以下、難しい項目）と難易度が低い項目群（以下、易しい項目）に着目して並びを整えた。図 3.8 の全体的な傾向として、「難しい項目」と「易しい項目」における識別力は、14 カ国で相反する実態を確認できる。しかし中程度の難易度の項目には、そのような目立った特徴をみ

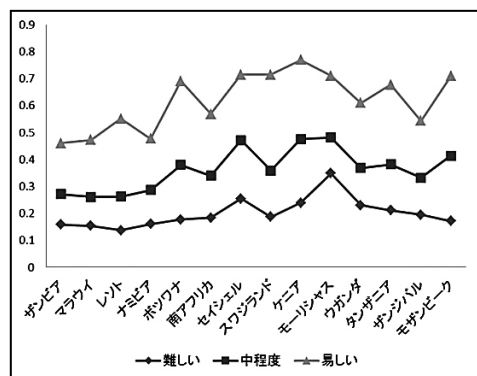


図 3.9 数学における難易度の段階別の正答率

つけることは難しい。そこで「難しい項目」と「易しい項目」に注目しながら、各国の解答パターンを調べることにする。

まずザンビア組に目を向けると、易しい項目の識別力が高く、逆に難しい項目では低くなっており、それらの差異は他の組よりも大きいことを読み取れる。他方でケニア組では、易しい項目と難しい項目における識別力が同程度であり、難しい項目の識別力が他の組と比べて特に高いことが分かる。また南アフリカ組とタンザニア組では、易しい項目と難しい項目の識別力の差異がザンビア組ほど大きくないが、ケニア組のように同程度でもない状況と理解できる。このように、4つの組を基準にしながら出題項目の難易度と関連付けすることで、識別力の視座から各国の解答パターンの内実を大まかに捉えたといえるだろう。

ここで、識別力に着目した分析の利点に触れておく。図 3.9 に3つの難易度の段階における正答率の折れ線グラフを示した。なお横軸の国順は、図 3.8 に準じている。例えばザンビア組をみると、どの段階においても正答率が低く、図 3.8 のような特徴を捉えることは難しい。このように識別力に目を向けることで、本分析では、正答率からでは浮かび上がらない各国の特徴を捉えたといえよう。

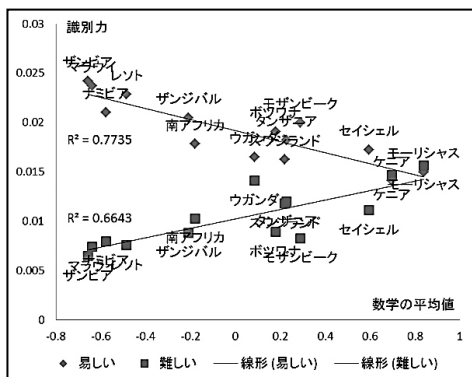


図 3.10 数学の平均値と易しい項目と難しい項目の識別力の散布図

3.3.3. 識別力と数学学力の水準よび読解力との関連性の国際比較

4つの組を基準して出題項目の難易度と各国の識別力を関連付けることで、14カ国の解答パターンを検討してきた。ここでは「易しい項目」と「難しい項目」の識別力に注目し、それらと数学学力の水準および数学と読解力との関連性、具体的には、各国の数学の平均値と読解力の回帰係数を対比させていく。

まず図 3.10 に、各国の数学の平均値と「易しい項目」および「難しい項目」の識別力の散布図を示した。この図から分かるように、数学の平均値が高い国では、難しい項目の識別力が高く、逆に数学の平均値が低い国では、易しい項目における識別力が高いという結果を得た。なお数学の平均値と易しい項目および難しい項目の相関係数は、それぞれ -0.857 と 0.797 であり、強い相関関係を確認できる。次に図 3.11 に示した、数学の平均値と「易しい項目」および「難しい項目」の識別力の散布図に目を向ける。この図では、読解力の回帰係数が大きい国では、難しい項目の識別力が高く、逆に回帰係数が小さい国では、易しい項目の識別力が高いことを見て取れる。なお各国の回帰係数と易しい項目および難しい項目の相関係数は、それぞれ -0.774 と 0.751 となり、

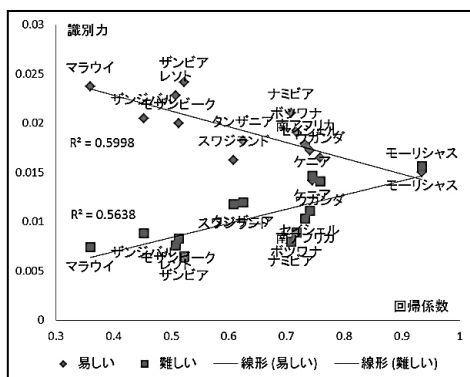


図 3.11 読解力の回帰係数と易しい項目と難しい項目の識別力の散布図

それぞれ強い相関関係にあることが分かる。

このように数学の平均値と読解力の回帰係数、つまり数学学力の水準と数学と読解力の関連性の大きさは、「易しい項目」および「難しい項目」の識別力と強い相関関係を有するという国際的な傾向が浮かび上がった。

4. 考察

本研究では、数学学力の周辺として読解力や教授言語の使用率を具体的な言語的な側面と設定し、分析を進めてきた。

SACMEQ II と SACMEQ III における 14 カ国の数学学力と読解力の水準を平均値を用いて検討したところ、それらは正の強い相関関係にあることを確かめた（図 3. 1）。

しかしながら平均値に焦点を当てるだけでは、各国国内でそれらがどの程度関連するのかまでは把握できない。そこで 14 カ国の国内における数学学力と言語的な側面の関連性を調べるために、階層線形モデルによる分析を試みた。まず、級内相関係数やモデル 1 からモデル 2 における国別分散の減少率などから、SACMEQ II と SACMEQ III とともに数学学力の国別の差異に対して、言語的な側面から考察する有効性を確かめた（表 3. 5）。次に、データとの適合が最もよかったモデル 3 を用いて、各国国内における数学学力と言語的な側面との関連性を回帰係数に注目して検討した。なお本分析では、固定効果が SACMEQ II と SACMEQ III とともに有意となった読解力のみに焦点を当てた。その結果 14 カ国全てにおいて、読解力は数学学力に対して正方向に一定の大きさの関連性を有することが分かった（表 3. 6）。そして、得られた関連性の大きさと数学学力の水準の間には、正の相関関係があることを確認した（図 3. 3 と図 3. 4）。

続いて SACMEQ II のデータセットを分析対象として、出題項目の識別力を算出し、

14 カ国の解答パターンを検討した。まず、クラスター分析を用いて解答パターンの類似性を調べたところ、数学と読解力の水準が下位層にある国および調査で使用された言語が英語でない国では、それぞれ解答パターンが類似することが分かった。次に、出題項目の難易度を全受験者を対象として得られる各項目の困難度と規定し、それとの対比を通じて各国の解答パターンを考察した。その結果「易しい項目」と「難しい項目」の識別力に対して、数学学力の水準と読解力との関連性の大きさは、決して小さくない相関関係にあることが浮かび上がった（図 3. 10 と図 3. 11）。

加えて SACMEQ II と SACMEQ III における数学と読解力の平均値の散布図（図 3. 2）や SACMEQ III における級内相関係数や国別分散の減少率（表 3. 5）、あるいは SACMEQ II と SACMEQ III の各国の回帰係数の相関係数 0. 880 から、経年変化は決して大きくないと捉えた。解答パターンに関する分析を SACMEQ III のデータから行うことは難しいが、解答パターンにおいても経年変化は大きくないと思われる。

以上を纏めると、本分析の主要な結果として、次の 2 点を挙げたい。それは、数学学力と読解力の水準だけでなく、国内における数学に対する①読解力の正方向の関連性の大きさと数学学力の水準は正の相関関係を有すること、②読解力の正方向の関連性が大きい国は難しい項目の識別力が高く、逆に小さい国は易しい項目の識別力が高いという特徴である。

①の分析結果から、数学学力の水準が高い国の背景には、国内における読解力との高い関連性を主張できる。ゆえに高い数学学力の国には、それを担保する読解力の存在を肯定的に捉えるべきと考える。これを翻れば、マラウイやザンビアといった低い数学学力の国では、数学学力の向上に向けて読解力が十分ではないと理解できよう。

このことは、馬場（2008）や内田（2011）および澁谷（2008）が指摘するように、読解力の乏しさに起因する低い数学学力の実態を国際比較というマクロな視点から実証したと考える。

②をみると、異なる識別力をもたらす要因としては、出題項目の表現の問題、解答様式あるいは受験者の言語的な能力など様々なものが想定される（田崎 2008）。しかし本分析では、識別力と読解力との関連性に一定の相関関係を確認した。そのため、読解力との関連性の視座に立つ考察が一定の意味を持つと考える。特に本研究では、読解力の関連性が大きい国は難しい項目の識別力が高く、逆に小さい国は易しい項目の識別力が高いという結果を得た。これを踏まえると、難しい項目の識別力が高いこと、つまり数学学力の測定に対して効果的に機能する背景の一つに、数学的な側面だけでなく、読解力という側面が大きく関係すると主張できるだろう。なお本稿の分析からは、実際にテストを解答する場面あるいは学校で数学を学習する場面といった、どの段階において読解力が数学学力と関連するかを特定することはできない。しかしながら読解力が難しい項目の識別力と無関係ではないことから、読解力という側面が難易度の高い項目に取り組む際に軽視できない役割を担うものと示唆される。

5. 終わりに

本稿では、SACMEQ II と SACMEQ III の二次分析を通じて、数学学力と言語的な側面の関連性を国際比較の立場から論じてきた。その結果、数学学力と読解力の水準だけでなく、国内における数学学力と読解力の関連性も数学学力の水準と一定の相関関係にあり、難しい項目が数学学力の測定において効果的に機能するためには、読解力との関連性を軽視できないことを明らかにした。

これまで SACMEQ のような国際的な学力調査からは、マラウイやザンビアといった最下位層の国について、その低い学力水準のみが浮かび上がり、有益な情報を得ることが難しいとされてきた。実際、図 3.9 のように正答率に目を向ければ、低い水準といった情報しか得られない。しかし識別力といった指標に目を向けることで、新たな特徴を捉えることができる。例えば、マラウイやザンビアといった低い数学学力の国では、その向上を担保するための読解力が十分ではないと考えられ、その内実は、難しい項目が数学学力の測定にあまり効果的でないものとして顕在化すると思われる。ゆえに低い数学学力の国において、読解力の向上が必然的にもたらす数学学力への貢献は、決して小さくなく、数学学力の周辺として読解力などを位置付けて論じる必要性を国際比較の視座から実証できたといえよう。このように本研究の成果は、途上国の数学教育研究に一石を投じるものと位置付けたい。

なお本稿では、国際比較の視座に立ち、特に読解力の立場から数学学力を検討した。数学学力の向上に、読解力の看過できない効果を示唆するが、読解力の育成は、各国の教育における言語政策とも無関係ではないだろう。アフリカ諸国においては、歴史的および文化的な背景が単純ではなく、グローバル化の影響も無視できないため、マクロとミクロの両面からの考察が必要である（鹿嶋 2005）。今後は、言語政策にも目を向けながら、数学学力の水準が低いザンビアやマラウイといったザンビア組に属する国、難しい項目の識別力が高い特徴を持つモーリシャス、ケニアおよびウガンダのケニア組、あるいは英語でない言語で調査が行われたタンザニア組など、本稿で確認できた共通点を有する国に焦点を合わせ、言語的な側面の立場から各国の特徴をより詳細に掴む必要があると考える。その分析と考察については、今後の課題としたい。

注

⁽¹⁾ ラッシュモデルの詳細は、豊田（2002a、2012）が詳しい。なお本分析の項目反応理論を用いた計算には、統計解析ソフトウェア R に含まれるパッケージ ltm を用いた。

⁽²⁾ 豊田（2002a, p. 1）が示すように、正答と誤答を区別する 2 つの数値で表現された各受験者の解答の内実をいう。

⁽³⁾ 級内相関係数は、

$$\frac{u_{0j} \text{の分散}}{\varepsilon_{ij} \text{の分散} + u_{0j} \text{の分散}}$$

を計算することで求められる。なお階層線形モデルについては、宮崎（2007）を参考にした。本分析では、その計算に統計解析ソフトウェア R に含まれるパッケージ nlme を用いた。

参考文献

内田豊海（2009）「ザンビア基礎教育における計算能力の診断的評価に関する研究—弁別性と教授的示唆に注目して—」『国際教育協力論集』12 巻 2 号、1-12 頁。

——（2011）「ザンビア算数科における文章題の診断的評価法開発研究—ニューマン法の限界を乗り越えて—」『数学教育学研究』17 巻 2 号、95-102 頁。

鹿嶋友紀（2005）「サブサハラ・アフリカの言語政策の取り組みと今後の課題—教授言語を中心とする政策課題—」『国際教育協力論集』8 巻 2 号、97-109 頁。

芝祐順（1991）『項目反応理論 基礎と応用』東京大学出版会。

澁谷渚（2008）「本質的学習環境（SLE）に基づく数学科授業開発研究（1）—ザンビア基礎学校における生徒の活動の分析—」『数学教育学研究』14 巻、187-197 頁。

田崎勝也（2008）『社会科学のための文化比較の方法—等化性と DIF 分析—』ナカニシヤ出版。

豊田秀樹（2002a）『項目反応理論 [入門編]—テストと測定の科学—』朝倉書店。

——（2002b）『項目反応理論 [事例編]—新しい心理テストの構成法—』朝倉書店。

——（2012）『項目反応理論 [入門編]（第 2 版）』朝倉書店。

日本テスト学会（2010）『見直そう、テストを支える基本の技術と教育』金子書房。

馬場卓也・内田豊海（2008）「国際比較調査の開発途上国の教育開発に対するインプリケーションに関する考察—ガーナ国 TIMSS レポートを事例として—」『国際教育協力論集』11 巻 2 号、129-140 頁。

馬場卓也（2008）「教育開発研究における教室からの視点—理数科教育の位置付けと課題—」澤村信英編『教育開発国際協力研究の展開—EFA（万人のための教育）達成に向けた実践と課題—』明石書店、67-88 頁。

宮崎康夫（2007）「階層線形モデル（HLM）の教育研究への応用と分析結果の教育政策への利用の観点」『日本テスト学会誌』3 巻 1 号、123-146 頁。

Barton, P. N. & Barton, B. (2005). The Relationship Between English Language and Mathematics Learning for Non-native Speakers. *Teaching & Learning Research Initiative*. New Zealand: UNITEC.

Barwell, R., Barton, B. & Mamokgethi, S. (2007). Multilingual issues in mathematics education: introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 64, pp.113-119.

Debbie, B. V. & Joanne, M. (2013). Learning to solve addition and subtraction word problems in English as an imported language. *Educational Studies in Mathematics*, 82, pp.223-244.

Jamal, A. & Carol, L. (2001). The Language Factor in Mathematics Tests. *Applied Measurement in Education*, 14(3), pp.219-234.

Johan, K., Karin, L. & Pirjo, A. (2012). Language and Mathematical Performance: a Comparison of Lower Secondary Students with Different Level of Mathematical Skills. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 56(3), pp.333-344.

A Study on the Relationship between Mathematics Achievement and Linguistic Aspects -Secondary Analysis of SACMEQ II・III focusing on Reading Achievement-

Koji, Watanabe
Miyazaki International College

This study reveals the relationship between students' mathematics achievement and linguistic aspects including their reading achievement from a viewpoint of cross-national comparisons by making secondary analysis of SACMEQ II and SACMEQ III data set.

In order to achieve this the objective, two statistical methodologies were employed: 1) the analysis of country- and pupil -level variables based on hierarchical linear modeling (HLM), and 2) the analysis of country-level item discrimination of the test items based on item differential functioning.

The results indicate that there is a positive correlation not only between mathematics and reading achievement level but also between mathematics achievement level and the size of regression coefficient in different counties and between item discrimination of difficult items and the size of regression coefficient in different countries. This paper suggests that reading ability has considerable role to improve mathematics achievement especially in lower level mathematics achievement countries such as Malawi and Zambia.